II. OPERAȚII CU PROPOZIȚII

Teodor DIMA

1. Propoziții compuse; funcții de adevăr

Propoziția compusă are ca elemente propoziții simple legate între ele prin *operatori logici numiți și functori, conectori sau junctori*. Forma logică a propoziției compuse are ca elemente *variabile propoziționale* legate prin *variabile operaționale:*

$p \ \omega \ q \ \omega \ r \ \omega ... \ \omega \ z$

(unde p, q, r..., z simbolizează propoziții simple, iar ω simbolizează operații logice sau legături logice). Deci operația logică cu propoziții poate fi considerată și ca o relație logică între propoziții.

functori, conectori, junctori

variabile propoziționale

variabile operaționale

Fiecare propoziție simplă poate să aibă o anumită valoare de adevăr. De aici rezultă că valoarea de adevăr a unei propoziții compuse este în funcție de valorile de adevăr ale propozițiilor simple componente. Nu se intră în structura propozițiilor simple componente; se ia în considerare numai valoarea lor logică de adevăr.

Din acest punct de vedere, operatorii logici sau functorii pot lega un număr mare de propoziții (cu *n* argumente). Practic au importanță operațiile logice cu una și cu două variabile propoziționale (de ordinul unu și de ordinul doi).

Operațiile se definesc prin ***tabele de adevăr*** **(*matrice logice de adevăr, scheme*).**

Există în total patru operații logice de ordinul unu și șaisprezece operații logice de ordinul doi, dar nu toate sunt importante. Numărul funcțiilor de adevăr (N), presupunând că există *n* variabile și *m* valori de adevăr, se calculează astfel:

$$N = m^{m^{n}}$$

Pentru m = 2 există două valori de adevăr (1 = adevărat, 0 = fals) și pentru n = 1, se obțin: $N=2^{2^{1}}$ adică 4 funcții de adevăr de ordinul unu, exprimate în următorul tabel:

P	$\overset{+}{p}$	$\bar{p}$
1	1	0
0	0	1

Se observă că:

1. Prin afirmarea unei propoziții adevărate se obține propoziția adevărată respectivă.

. Prin propoziții false se obține propoziția falsă respectivă.

easă

emne afirmarea

unde p = afirmarea unei propoziții,

$\bar{p}$ = negarea unei propoziții.

Pentru n = 2 se obțin:

$N = 2^{2^{2}}$

adică 16 funcții de adevăr de ordinul doi, exprimate în următorul tabel:

p	q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

Denumirile acestor funcții de adevă un

1 = tautologie

2 = disjuncție neexclusivă

3 = replicație (inversa implicației)

4 = afirmarea lui p

5 = implicație

6 = afirmarea lui q

7 = echivalență

8 = conjuncție

9 = negarea conjuncției (incompatibilitate)

= isjuncție exclusivă

11 = negarea lui q

ației

eexclusive (rejecția)

ogiei (contradicție)

2. Definiri ale principalelor funcții de adevăr

2.1. Negația

> Dată fiind o propoziție oarecare, p, putem construi din ea o propoziție falsă, dacă p este adevărată, şi o propoziție adevărată, dacă ea este falsă. De fiecare dată obținem negația unei propoziții *p*; vom simboliza negația lui *p* prin $\overline{p}$ şi vom citi "non-p".

$\overline{p}$
non-p
~p

În limbajul cotidian, pentru a nega o propoziție, recurgem de obicei la cuvântul "nu", plasat fie la începutul propoziției, fie în interior: *Nu este adevărat că ceasul meu arată ora exactă; Ceasul meu nu arată ora exactă;* alteori este nevoie de o transformare a propoziției supusă negării; de exemplu, propoziția *Uneori ninge în aprilie* nu are ca negație *Uneori nu ninge în aprilie*, pentru că ambele propoziții pot fi adevărate; negația propoziției *Uneori ninge în aprilie* este *Niciodată nu ninge în aprilie* sau *Nu este adevărat că uneori ninge în aprilie.*

2.2.Tautologie, contradicție, formule sintetice

Cele 16 funcții de adevăr sunt de trei tipuri: fie o funcție întotdeauna adevărată, fie o funcție întotdeauna falsă, fie uneori adevărată, uneori falsă. Astfel, funcția (1) din tabel este o funcție *întotdeauna adevărată,* indiferent de valorile de adevăr pe care le primesc variabilele propoziționale; ea se numeşte *tautologie* sau *formulă analitică.*

tautologie

întotdeauna adevărată

Despre ele vom vorbi într-un paragraf special. Negarea unei tautologii este o funcții propozițională *totdeauna falsă,* indiferent de valorile de adevăr ale variabilelor propoziționale; ea se numeşte *contradicție* (vezi funcția 16 din tabel). Celelalte 14 funcții din tabel sunt formule uneori adevărate, alteori false; rezultatul depinde de valorile de adevăr ale variabilelor propoziționale. Ele se numesc *formule sintetice* sau *realizabile* sau contingente.

contradicție

întotdeauna falsă

formulă realizabilă

uneori adevărată, alteori falsă

Facem precizarea că orice formulă, cu *n* variabile şi *n* operatori, este o tautologie, dacă este întotdeauna adevărată, o contradicție, dacă este întotdeauna falsă, şi sintetică, dacă este numai uneori adevărată.

2.3. Implicaţia

Implicaţia este exprimată în tabelul anterior pe coloana a cincea; există mai multe simboluri pentru exprimarea sa formală; vom scrie “p → q”, vom citi “dacă p atunci q” şi o vom defini prin următorul tabel de adevăr:

→ q

p	→	*q*
1		1
1	0	0
0		1
0	1	0

În relaţia implicaţională, variabila care se află la stânga săgeţii se numeşte *antecedent,* iar variabila din dreapta se numeşte *secvent:* cunoscând aceste denumiri, vom putea înţelege semnificaţia tabelului, definind astfel implicaţia:

antecedent

secvent

secventul fals; în celelalte cazuri, ea este adevărată.

În limba română, implicaţia este redată prin *propoziţii condiţionale* sau prin *judecăţi ipotetice.* Acestea redau *relaţii de dependenţă* dintre obiecte, fapte, proprietăţi etc.

judecăţi ipotetice

cond

ţionale, adică relaţiile

şi consecinţă.

Pentru ca o relaţie de dependenţă să existe, este necesară *o condiţie suficientă.*

De exemplu, în judecata ipotetică:

Dacă este ziuă, atunci este lumină,

condiţia (*dacă este ziuă*) este *suficientă* pentru producerea consecinţelor (*este lumină*), dar *nu este necesară,* deoarece lumina poate proveni şi din surse artificiale.

Atunci când exprimă un *raport de condiţionare numai suficientă,* judecata se numeşte *ipotetică neexclusivă.*

judecată ipotetică

Judecata ipotetică nu este introdusă întotdeauna prin expresia “dacă..., atunci...”, ci “în ipoteza că...”, “când”, “de”, “să” sau prin simpla alăturare a propoziţiilor simple componente.

De exemplu,

De treci codrii de aramă, de departe vezi...

(M.Eminescu)

Ai carte, ai parte.

Pe de altă parte, există propoziții introduse prin "dacă..., atunci" care nu sunt ipotetice; ele pot fi propoziții concesive, optative etc.

În manuale sunt multe feluri de propoziții ipotetice; ele redau legi, teoreme, reguli care exprimă relații de conținut între antecedent şi secvent, între condiție şi consecință, între cauză şi efect, între mijloc şi scop etc.

Să ne întoarcem la funcția propozițională numită mai sus *implicație.* Înțelegem acum că implicația: "p $\rightarrow$ q" (face) abstracție de înțelesuri, pentru că ea realizează o conexiune între valorile logice adevărat şi fals. Ea a fost numită *implicație materială* şi este definită prin tabela de adevăr respectivă unde au importanță numai combinațiile dintre valorile de adevăr (adevărat şi fals). De aceea nu trebuie să surprindă astfel de implicații:

implic

(2 + 2 = 4) $\longrightarrow$ (*zăpada este albă*),

(2 + 2 = 5) $\longrightarrow$ (*zăpada este albă*),

(2 + 2 = 5) $\longrightarrow$ (*zăpada este neagră*).

Astfel de relații sunt posibile, deoarece implicația materială nu leagă înțelesuri, ci valori logice atribuite propozițiilor. Mai mult, o propoziție implicativă nu asertează nici adevărul antecedentului, nici adevărul secventului.

Ea evărat,

2.4. Echivalența

Echivalența este redată în tabelul anterior al funcțiilor propoziționale pe coloana a şaptea; simbolul functorului echivalenței este "≡", se citeşte "dacă şi numai dacă..., atunci" şi se defineşte prin următoarea tabelă :

p ≡ q

p	≡	q
1		1
1	0	0
0		1
0	1	0

Echivalența este adevă ă când variabilele propoziționale au aceiaşi valoare de adevăr.

propoziție bicondițională

ară

În limba română, echivalența este redată prin *propoziții bicondiționale* sau prin *judecăți ipotetice exclusive,* care redau relații dintre o *condiție necesară şi suficientă,* şi o consecință suficientă şi necesară.

De exemplu,

Dacă şi numai dacă astăzi iau nota 9, atunci voi avea media 8 la Logică.

Echivalența este o condiționare reciprocă din care rămâne numai raportul dintre valorile logice ale variabilelor propoziționale: două propoziții sunt echivalente, dacă au întotdeauna aceeaşi valoare logică - sunt împreună adevărate sau false - aşa cum rezultă din tabel. Este vorba tot despre o *echivalență materială* care nu are în vedere relațiile dintre înțelesurile propozițiilor componente. În acest caz, formula "p ≡ q" se citeşte "p este echivalent cu q".

echivalență materială

În ceea ce priveşte formulările verbale ale propozițiilor bicondiționale, în care se folosesc şi unele formulări mai scurte "numai dacă ...", "dacă..., atunci..." sau "cu condiția ca ...", se enunță explicit numai condiția necesară sau numai aceea suficientă, cealaltă condiție fiind sugerată de context: *Numai dacă astăzi iau nota 9, atunci voi avea media 8 la* Logică. La fel, despre o echipă sportivă căreia i-ar fi necesară şi suficientă o victorie pentru a ocupa primul loc în clasament se spune: *Va ocupa primul loc, cu condiția să învingă în ultima etapă.*

Desigur, atunci când se cere acuratețe logică, aşa cum este cazul, de exemplu, propozițiilor matematice, se folosesc formulări complete şi exacte.

2.5. Conjuncția

Conjuncția este o funcție definită conform coloanei a opta din tabelul funcțiilor de adevăr.

p & q

Numim conjuncție a două propoziții, p şi q, propoziția notată, p & q, adevărată numai dacă p şi q sunt adevărate.

Simbolul "&" se numeşte "semnul conjuncției" sau *conectorul conjuncției,* iar variabilele p şi q se numesc *conjuncte.*

p	&	q
1		1
1	0	0
0	0	1
0		0

Expresia se citeşte "p şi q". De exemplu, *906 se divide cu 3 şi cu 11.* De multe ori conjuncția a două propoziții poate fi redată prin "p iar q", "p, pe cînd q", "p dar q".
De exemplu,

Ceasul meu arată ora exactă, iar al lui Ion ("pe cînd al lui Ion", "dar al lui Ion") *a rămas în urmă.*

De asemenea, o propoziție ca *Eminescu şi Caragiale au fost scriitori,* unde, din punct de vedere gramatical, "şi" leagă două nume, nu două propoziții, este o *conjuncție* alcătuită din propozițiile *Eminescu a fost scriitor şi Caragiale a fost scriitor.* Altfel stau lucrurile cu "şi" din *Eminescu şi Caragiale au fost contemporani*, aceasta este o propoziție simplă care exprimă o relație dintre doi scriitori: *Eminescu a fost contemporan cu Caragiale.* Aceasta este o nouă dovadă că există deosebiri între analiza gramaticală şi analiza logică.

2.6. Disjuncția neexclusivă

Disjuncția neexclusivă este definită în coloana a doua din tabelul funcțiilor de adevăr cu două variabile.

Numim disjuncție neexclusivă a două propoziții p şi q, propoziția compusă, notată cu "$p \vee q$", adevărată, dacă cel puțin una din variabile are valoarea "1".

Simbolul "$\vee$" se numeşte conectorul disjuncției neexclusive, iar "p" şi "q" se numesc *disjuncte.* Expresia "$p \vee q$", conform definiției, are sensul de "p sau/şi q".

p	v	q
1		1
1	1	0
0	1	1
0		0

De exemplu,

Literații scriu în versuri sau în proză (nu este exclusă situația ca unii scriitori să se exprime şi în versuri şi în proză).

2.7.Disjuncția exclusivă

p /

Propoziția compusă exclusiv-disjunctivă exprimă un sens restrîns al particulei sau: "sau, dar nu şi"; în logică se face distincție între două feluri de disjuncție exclusivă. Unul este redat prin *negarea conjuncției*, iar celălalt prin *negarea echivalenței.*

Negarea conjuncției se scrie cu ajutorul *conectorului de incompatibilitate.*

Expresia propozițională "p/q" se citeşte "p este incompatibil cu q" şi se defineşte ca fiind adevărată când cel puțin una din variabilele propoziționale are valoarea "0".

Aceasta înseamnă că p şi q nu pot fi adevărate în acelaşi timp, dar pot fi false împreună:

p	/	q
1		1
1	1	0
0	1	1
0		0

(cf.coloana a doua din *tabelul funcțiilor).*

De exemplu**:** *Acest metal este sodiu sau el este potasiu*, exprimă faptul că metalul respectiv nu poate fi şi sodiu, şi potasiu, dar şi faptul că s-ar putea să nu fie nici sodiu, nici potasiu, pentru că este altceva.

Negarea echivalenței are ca simbol “w”, sau “≢“.

Propoziția compusă “p w q” se citeşte “sau p, sau q”, având sensul că cele două propoziții nu pot fi nici adevărate, nici false împreună, conform coloanei a zecea din tabel:

p	w	q
1	0	1
1		0
0		1
0	0	0

Disjuncția exclusivă sau disjuncția tare, obținută prin negarea echivalenței, este adevărată când p şi q au valori diferite de adevăr.
De exemplu:

Aceste mărimi sunt egale sau inegale.

3. Metoda tabelelor de adevăr

formule propoziționale

Am învățat să construim funcții de adevăr cu una şi două variabile propoziționale folosind functori sau conectori de ordinul unu (negația) şi de ordinul doi (implicație, echivalență, conjuncție, disjuncție inclusivă, incompatibilitate,disjuncție exclusivă). Acum putem folosi aceste cunoştințe pentru a construi *formule propoziționale* (pe scurt, *formule*).

Form ,... şi conectori,
ctură unică.

Ele sunt scheme de propoziții, adică fac abstracție de conținutul acestora şi rețin modul în care sunt alcătuite, ca funcții de adevăr, din propoziții simple.

formule atomice

formule moleculare

Literele p, q, r , ... sunt de asemenea formule, şi anume formule *atomice,* prin contrast cu acelea în care apar conectori, numite *moleculare.*

O situație specială o are functorul negației, deoarece acesta se aplică şi variabilelor propoziționale şi functorilor; de exemplu, formula:

$$\overline{p} \vee \overline{(p \rightarrow q)}$$

De fiecare dată, negația schimbă valoarea de adevăr şi a variabilei şi a functorului, fapt pe care-l vom constata chiar în acest paragraf.

De asemenea, în cadrul formulelor, un rol important îl au parantezele; vom folosi, pentru simplificare, numai paranteze simple; de exemplu,

$$((p \rightarrow q) \ \& \ p) \rightarrow q$$

În această formulă, parantezele arată în primul rând că functorul "&" leagă moleculara "p → q" cu atomara "p", apoi că functorul "→" leagă formula "((p → q) & p)" de "q".

Să mai notăm că, în cadrul unei formule, un conector poate să aibă mai multe apariții, aşa cum s-a întâmplat cu "→" în formula anterioară. Parantezele arată la ce se aplică fiecare conector, în una sau în alta din aparițiile lui, în cadrul formulei.

Conectorul care, într-o formulă, îi acoperă pe toți ceilalți conectori (inclusiv celelalte eventuale apariții ale sale), se numeşte ***conectorul principal*** *al respectivei formule.*

Astfel, în formula anterioară, în a doua sa apariție, conectorul "→" este *conectorul principal.*

tabelelor de adevăr

Să studiem acum utilizarea *metodei tabelelor de adevăr*. Logica propozițiilor este o *teorie decidabilă,* adică există diverse procedee cu ajutorul cărora se poate decide, printr-un număr finit de paşi, dacă o formulă a calculului propozițional este o tautologie, o contradicție sau o formulă sintetică.

Un astfel de procedeu de decizie, foarte simplu, este *metoda tabelelor de adevăr* sau *metoda matricială.*

Am văzut că propozițiile compuse sunt funcții de adevăr, adică valoarea logică a propoziției compuse depinde numai de valorile de adevăr ale propozițiilor componente. Prin urmare, date fiind valorile logice ale fiecărei propoziții şi definițiile operatorilor logici, putem afla valoarea logică de adevăr a propoziției compuse.

Se procedează astfel:

se atribuie variabilelor propoziționale valorile 1 (adevărat) şi 0 (fals), conform formulei 2^n (unde 2 este numărul valorilor de adevăr, iar *n* este numărul variabilelor propoziționale) şi se fac toate combinațiile posibile dintre 1 şi 0; apoi, folosindu-se definițiile operatorilor logici utilizați în formulă, se află valoarea logică a propoziției compuse.

Recomandăm o *formă simplificată a metodei tabelei de adevăr:*

Verificăm mai întâi unele formule cu o singură variabilă: $2^1 = 2$ combinații.

1)

p	v	p
1	1	0
0	1	1

(conform definiției disjuncției inclusive, formula este o tautologie);

2)

p	&	p
1	0	0
0		1

(conform definiției conjuncției, formula este o contradicție);

3)

p	→	p
1	0	0
0	1	1

(conform definiției implicației, formula este sintetică sau realizabilă).

Să verificăm acum formulele cu *două variabile:*

$2^2 = 4$ combinații

((p	→	q)	&	p)	→	q

1	1	1		1	1	1
1	0	0	0	1	1	0
0		1		0		1
0		0		0		0
1	5	2	6	3	7	4

Formula este o tautologie (vezi coloana 7).

Ultimul rând cu cifre reprezintă ordinea efectuării operaţiilor.

((p	v	$\bar{q}$)	&	(p		q))	→	(($\bar{p}$	/	q)	w	p)
1	1	0	1	1		1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0
1	8	2	10	3	9	4	13	5	11	6	12	7

Această formulă este sintetică (vezi coloana 13).

?

4. Propoziţii compuse care exprimă legi logice

Dintre propoziţiile compuse, tautologiile, adică *propoziţiile întotdeauna adevărate,* sunt legi logice.

propoziţiile înto adevărate sunt le

Aceasta este o caracteristică prin care legile logice se deosebesc de legile ştiinţelor neformale, exprimabile prin formule sintetice. Acestea pot fi adevărate, dar nu sunt întotdeauna adevărate, pentru că valoarea lor de adevăr depinde de *conţinutul* lor. De exemplu, formula de mai sus, “p → q”, este adevărată numai dacă q este un secvent al lui p; nu este o lege logică, dar ea poate să redea legi ale raporturilor de dependenţă (dintre condiţie şi consecinţă, cauză şi efect, mijloc şi scop etc.).

De exemplu,

Dacă o bară de metal este încălzită, atunci ea se dilată, unde este exprimat un raport de cauzalitate.

Nu se poate face ştiinţă în nici un domeniu fără aplicarea corectă a legilor logicii. Un argument important al acestei aserţiuni îl oferă *analiza limbii.* Aşa cum am văzut, propoziţiile se leagă între ele cu ajutorul unor conjuncţii care redau *constante logice (şi, sau, dacă... atunci...).* Toate ştiinţele folosesc aceste conjuncţii; prin urmare, toate ştiinţele folosesc aceleaşi legături logice, iar legăturile logice impun aceleaşi legi.

Teoretic, se poate construi o infinitate de formule întotdeauna adevărate, dar numai unele, care sunt în număr restrâns, au semnificaţie în cadrul logicii şi au aplicaţii importante pentru construirea de argumente corecte.

Legile logicii se deosebesc astfel de legile celorlalte ştiinţe prin faptul că ele sunt "etern valabile", pentru orice act de gândire, pe când legile celorlalte ştiinţe sunt adevărate numai pentru domeniul unde acţionează.

4.1. Legi logice cu valoare de principii în logica clasică

Unele tautologii din logica propoziţiilor compuse exprimă legi care erau considerate fundamentale în logica clasică. Aceste legi sunt redate în logica modernă prin formule simple pe care le vom studia în continuare.

4.1.1. Le a id

p

În calculele logice, această lege consemnează că orice variabilă este echivalentă cu ea însăşi: $p \equiv p$. Echivalenţa este conectorul logic care uneşte enunţuri cu aceeaşi valoare de adevăr (ambele sunt adevărate şi ambele false), aşa cum am văzut în paragraful 2.4. Nici o consideraţie de conţinut nu intră în discuţie. Legea identităţii este însă utilă pentru că permite substiţii între variabile şi între formule. Caracteristica sa principală este înlocuirea ei cu operaţia logică a afirmaţiei, în sensul că aceasta este exprimată fără folosirea negaţiei ("o variabilă, o formulă este ceea ce este").

Această lege are şi alte întrebuinţări în logică: sunt argumente care se bazează pe ea; *tehnica definiţiei* o presupune; de asemenea, ea trebuie respectată în orice context pentru ca oamenii să se înţeleagă între ei. Asupra acesteia vom mai reveni.

4.1.2. Legea necontradicţiei

Aristotel a formulat astfel principiul necontradicţiei: "... este peste putinţă ca unuia şi aceluiaşi subiect să i se potrivească şi totodată să nu i se potrivească sub acelaşi raport unul şi acelaşi predicat...".

În calculele logice, această lege este strâns legată de *operaţia logică a negaţiei.* Această operaţie stabileşte relaţiile logice dintre propoziţiile care sunt opuse din punct de vedere al valorii lor de adevăr.

Aşa cum am văzut în paragraful 2.1. din capitolul II, functorul negaţiei se defineşte prin *tabela valorilor de adevăr,* după cum urmează:

p	$\bar{p}$
1	0
0	1

unde p = orice propoziţie

$\bar{p}$ = negaţia propoziţiei p

Legea necontradicţiei arată că p şi $\bar{p}$ nu pot fi împreună adevărate: dacă una este adevărată, cealaltă trebuie să fie falsă.

Cele două linii ale tabelului arată aceasta: când p este adevărată $\bar{p}$ este falsă, iar când $\bar{p}$ este adevărată, p este falsă. Structura formală a legii este:

p	&	$\bar{p}$
1	1	0
0	1	1

Această lege exprimă o *condiție necesară a gândirii logice:* nu este admisă afirmarea concomitentă a unei propoziții şi a negației sale. Dacă este încălcată exigența necontradicției, posibilitatea limbajului logic este anihilată. De fapt, legea este respectată în mod spontan. Dar se întâmplă ca, în timpul argumentărilor, indivizii să-şi contrazică propriile opinii exprimate anterior. În acest sens, se spune că cerința necontradicției asigură *consecvența logică a argumentării.* Logica formală este dominată de legea necontradicției. A argumenta corect înseamnă în primul rând a nu te contrazice. Legea identității este mai greu încălcată în argumentarea individului normal şi adult. Dar se întâmplă deseori ca indivizii să se contrazică în propriile lor păreri, atunci când se înfruntă tendințe şi interese contrarii.

consecvență logică a argumentării

Legea necontradicției întemeiază anumite inferențe; pentru a argumenta falsitatea unei propoziții, este suficient să argumentăm adevărul propoziției opuse, aşa cum vom vedea într-un alt paragraf.

4.1.3. Legea terțului exclus

Dar nu este cu putință nici ca să existe un termen mijlociu între cele două extreme ale unei contradicții (Aristotel).

Operația negației nu este complet exprimată prin legea necontradicției. Ea arată, aşa cum am văzut, că două propoziții opuse, p şi $\bar{p}$, nu pot fi în acelaşi timp adevărate. Dar pot fi ambele false ? Răspunsul îl oferă legea terțului exclus:

Propozițiile p şi $\bar{p}$ nu pot fi ambele false (în acelaşi timp şi sub acelaşi raport), una trebuie să fie adevărată.

În logica relațiilor dintre propoziții, această lege arată că *este necesar* ca o formulă alcătuită din una sau mai multe variabile să fie sau să nu fie acceptată.

p	v	$\bar{p}$
1	1	0
0	1	1

Altfel spus, în mod necesar, o propoziție trebuie să fie adevărată sau falsă, a treia posibilitate nu există.

Înțelegem acum mai bine deosebirea importantă dintre cele două legi ale negației. Legea necontradicției afirmă o *imposibilitate:* nu se poate p şi $\bar{p}$, de unde se deduce că, una dintre propoziții fiind adevărată, cealaltă trebuie să fie falsă. Legea terțului exclus (*tertium non datur)* exprimă o *necesitate:* trebuie să fie p sau $\bar{p}$, ceea ce duce la concluzia că, una dintre propoziții fiind falsă, cealaltă este adevărată.

4.1.4. Le

Legile negației se regăsesc într-o singură lege, cea a bivalenței, care întemeiază întreaga logică clasică în care se admit numai două valori de adevăr - legea bivalenței sau legea care combină legea necontradicției cu legea terțului exclus.

Formal, legea se exprimă cu ajutorul *disjuncției exclusive*: sau p sau $\bar{p}$

$\bar{\bar{p}}$	w	$\bar{p}$
1	1	0
0		1

Propozițiile p și $\bar{p}$ nu pot fi nici adevărate, nici false împreună.

Pe această lege se bazează anumite argumentări inferențiale, pe care le vom studia într-un paragraf ulterior.

4.1.5. Legea dublei negații

Un corolar al celor două legi ale negației este legea dublei negații:

Negarea negației este o afirmație indirectă.

$\bar{\bar{p}}$	$\equiv$	p
1	1	1
0	1	0

Această lege stă la baza constituirii unor inferențe numite *echivalențe* şi a argumentelor demonstrative prin *reducere la absurd.*

4.1.6. Legea întemeierii sau a rațiunii suficiente sau a conditionării

“*... nici un fapt nu poate fi adevărat sau real, nici o propoziție veridică, fără să existe un temei, o rațiune suficientă pentru care lucrurile sunt aşa şi nu altfel...”* (G.W.Leibniz)

În capitolul introductiv am stabilit că operația logică prin care se realizează întemeierea propozițiilor enunțiative este *inferența* sau *raționamentul*. În această operație, o propoziție numită concluzie se întemeiază pe una sau mai multe propoziții numite premise. Cu alte cuvinte, este o lege care veghează asupra desfăşurării corecte a argumentării. Vom studia această lege la un nivel general, ca exprimând *raporturi de condiționare dintre valorile de adevăr ale propozițiilor.*

Două propoziții conexate prin condiționare sunt, în logica bivalentă, adevărate sau false, de unde rezultă că raportul de condiționare este de mai multe tipuri: el se exprimă prin funcții propoziționale al căror conector este implicația. Astfel, dacă p este adevărată, atunci şi q este adevărată, ceea ce este echivalent cu dacă q este falsă, atunci şi p este falsă:

1) $(p \rightarrow q) \equiv (\bar{q} \rightarrow \bar{p}$

iar, dacă q este adevărată şi p este adevărată, atunci falsitatea lui p se asociază cu falsitatea lui q:

2) $(q \rightarrow p) \equiv (\bar{p} \rightarrow \bar{q}).$

Legea întemeierii aplicată consecvent ne recomandă, pe de o parte, *să nu acceptăm ca adevăruri aserțiuni nedemonstrate,* iar, pe de altă parte, *să acceptăm propoziții demonstrate,* acelea pentru care ni se oferă

să nu acceptăm ca adevăruri aserțiuni nedemonstrate

spiritul ştiințific

temeiuri suficiente. Formulele (1) şi (2) caracterizează *spiritul ştiinţific,* încrederea în cunoaşterea ştiinţifică.

A accepta ca adevărate idei nedemonstrate sau a ne îndoi de ceea ce este dovedit constituie încălcări ale legii întemeierii, izvorâte din atitudini înapoiate.

4.2. Propoziții compuse care exprimă argumentări inferențiale

4.2.1. Caracterizare generală; structura inferenței

În paragraful 2 al primului capitol am arătat că

> *a argumenta* înseamnă a întemeia unele propoziții cu ajutorul altora iar prin *inferență* înțelegem *un sistem de propoziții în care o propoziție derivă din altele.*

Din această definiție rezultă structura inferenței: propoziția care derivă, pe care o întemeiem, se numeşte *concluzie*; propozițiile din care derivăm, pe baza cărora întemeiem, se numesc *premise.*

Într-un raționament există întotdeauna o singură propoziție-concluzie, dar propozițiile-premise pot fi una sau mai multe. Dacă derivăm dintr-o singură premisă o concluzie, obținem o *inferență imediată*, iar dacă derivăm din două sau mai multe premise o concluzie, obținem o *inferență mediată.*

În funcție de tipul propozițiilor ce joacă rol de premise, există *raționamente cu propoziții simple* şi *raționamente cu propoziții compuse.* La rândul lor, raționamentele cu propoziții compuse se împart în mai multe categorii, în funcție de felul propozițiilor compuse ce intră în alcătuirea lor.

Inferențele pot fi, aşa cum am văzut, corecte, valide sau incorecte, nevalide. O inferență este corect construită, este *validă,* dacă între conjuncția premiselor şi concluzie se instituie un raport de *implicație logică,* adică de fiecare dată când premisele sunt adevărate împreună şi concluzia este adevărată. Într-un raționament valid, premisele fiind date ca adevărate, concluzia rezultă cu *necesitate* ca fiind adevărată.

Putem testa existența acestui raport de implicație logică prin metoda tabelelor de adevăr.

Fiecărui tip de inferență îi corespunde o anumită schemă logică ce poate fi exprimată printr-o formulă propozițională, printr-o *propoziție compusă condițională,* deoarece, aşa cum am explicat, conjuncția premiselor implică concluzia. Dacă inferența este *validă*, propoziția compusă condițională ce o exprimă este o *tautologie.*

Vom prezenta în continuare formulele propoziționale ce exprimă structura logică a celor mai cunoscute argumentări inferențiale deductive, corecte, utilizate în practica argumentării.

4.2.2. Inferențe disjunctive

> *Inferențele disjunctive sunt acelea în care apar cu rol de premise propoziții disjunctive.*

Cel mai des întâlnite în argumentare sunt *inferențele disjunctive mixte,* la care o premisă este propoziție disjunctivă, iar cealaltă premisă şi concluzia sunt propoziții simple, enunțiative.

În funcție de felul disjuncției, apar mai multe "moduri", tipuri de inferențe disjunctive:

Când disjuncția este exclusivă şi obținută prin negarea conjuncției (*incompatibilitatea*), apare *modus ponendo-tollens,* care, la rândul său, are două forme:

modus ponendo-tollens

$$\begin{array}{l} p / q \\ p \\ \therefore \bar{q} \end{array} \qquad ((p/q)\&p) \to \bar{q} \qquad \begin{array}{l} p / q \\ q \\ \therefore \bar{p} \end{array} \qquad ((p/q)\&q) \to \bar{p}$$

În acest caz, afirmăm în premise una din propozițiile incompatibile pentru a o nega în concluzie pe cealaltă. De exemplu**,**

Acest metal este sodiu sau potasiu
Acest metal este sodiu
∴ *Acest metal nu este potasiu.*

Modus ponendo-tollens îşi bazează corectitudinea pe *legea necontradicției,* studiată în paragraful 4.1.2. din acest capitol.

Când disjuncția este inclusivă, apare *modus tollendo-ponens,* care, la rândul său, are două forme:

modus tollendo-ponens

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \bar{p} \\ \therefore q \end{array} \qquad ((p \vee q) \& \bar{p}) \to q \qquad \begin{array}{l} p \vee q \\ \bar{q} \\ \therefore p \end{array} \qquad ((p \vee q) \& \bar{q}) \to p$$

În acest caz, negăm în premise o propoziție pentru a o afirma în concluzie pe cealaltă.

De exemplu,

Această carte este un manual pentru studenți sau elevi
Această carte nu este un manual pentru studenți
∴ *Această carte este un manual pentru elevi.*

Modus tollendo-ponens este corect pe baza *legii terțului exclus*, conform paragrafului 4.1.3.

Când disjuncția este exclusivă şi obținută prin negarea echivalenței, sunt posibile ambele moduri:

$p \neq q$
p $\quad ((p \neq \bar{q})\ \&\ p) \rightarrow \bar{q}$
$\therefore q$

$p \neq q$
q $\quad ((p \equiv \bar{q})\ \&\ q) \rightarrow p$
$\therefore \bar{p}$

modus ponendo-tollens

$p \neq q$
$\bar{p}$ $\quad ((p \neq q)\ \&\ \bar{p}) \rightarrow q$
$\therefore q$

$p \neq q$
$\bar{q}$ $\quad ((p \equiv \bar{q})\ \&\ q) \rightarrow p$
$\therefore p$

modus tollendo-ponens

Exercițiu:
Construiți cele patru forme, având ca premisă propoziția compusă: *"Propozițiile sunt sau adevărate, sau false."*

?

Să ne reamintim *legea bivalenței,* deoarece aceasta reglementează corectitudinea acestor moduri realizate cu *non-echivalența.*

Denumirile acestor moduri provin din latină, de la verbul *ponere,* care înseamnă "a pune" (deci "punem", afirmăm) şi de la verbul *tollere,* care înseamnă "a suprima", "a lua".

Inferențele disjunctive joacă un rol important în viața practică şi în activitatea ştiințifică, deoarece recunoaşterea şi identificarea obiectelor se face cu ajutorul lor. De asemenea, unele demonstrații, după cum vom vedea, au la bază inferențe disjunctive.

4.2.3. Inferențe ipotetice

Inferențele ipotetice sunt acelea în componența cărora intră propoziții ipotetice, condiționale, care sunt concretizări ale relației de implicație.

Dacă premisele şi concluzia sunt propoziții ipotetice, atunci apare o *inferență ipotetică pură,* numită şi *silogism ipotetic:*

silogism ipotetic

consecința consecinței este consecința

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$ $\quad ((p \rightarrow q)\&(q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
$\therefore p \rightarrow r$

În cazul acestui tip de inferență, acționează următoarea regulă: consecința consecinței este consecința condiției.

De exemplu,

Dacă copilul e brutalizat, devine nervos
Dacă copilul devine nervos, devine indisciplinat
$\therefore$ *Dacă copilul e brutalizat, devine indisciplinat.*

Dacă doar o premisă este propoziție ipotetică, cea de a doua premisă şi concluzia fiind propoziții enunțiative, apare o *inferență ipotetică mixtă.*

În funcție de felul în care raționăm asupra *raportului de condiționare suficientă* exprimat de premisa ipotetică, obținem două “moduri” distincte, două tipuri de inferențe ipotetice mixte:

a) Când raționăm în mod direct, apare *modus ponendo-ponens,* mai scurt, *modus ponens:*

modus ponendo-ponens

$p \rightarrow q$

$p \qquad\qquad ((p \rightarrow q) \& p) \rightarrow q$

$\therefore q$

În acest caz, ştiind că implicația este adevărată, afirmăm în premise *antecedentul* (condiția) pentru a *afirma* în concluzie *secventul* (consecința).

De exemplu,

Dacă pe o planetă există biosferă, atunci există oxigen

Există biosferă

∴ Există oxigen.

b) Când raționăm indirect, apare *modus tollendo-tollens,* pe scurt, *modus tollens:*

$p \rightarrow q$

$\overline{q} \qquad ((p \rightarrow \overline{q}) \& q) \rightarrow \overline{p}$

$\therefore \overline{p}$

modus tollendo-tolens

În acest caz, ştiind că implicația e adevărată, negăm în premise *secventul* (consecința) pentru a nega în concluzie *antecedentul.*

De exemplu,

Dacă pe o planetă există biosferă , există oxigen

Nu există oxigen

∴Nu există biosferă.

Pe baza raportului de condiționare suficientă, putem deci raționa corect în două moduri: plecând de la afirmarea antecedentului sau de la negarea secventului. Dacă plecăm de la afirmarea secventului sau de la negarea antecedentului, obținem raționamente incorecte, nevalide.

- afirmarea secventului

$p \rightarrow q$

$q \qquad\qquad ((p \rightarrow q) \& q) \rightarrow p$

$\therefore p$

- negarea antecedentului

$p \rightarrow q$

$\overline{p} \qquad\qquad ((p \rightarrow \overline{q}) \& q) \rightarrow \overline{p}$

$\therefore \overline{q}$

?

Exercițiu:
Verificați cu ajutorul tabelelor de adevăr! Reveniți la exemplele (1) şi (2) din paragraful 3, capitolul I şi analizați-le pe baza noilor cunoştințe.

În cazul raportului de condiționare suficientă şi necesară, raport exprimat prin conectorul "≡" (echivalență) putem raționa corect în patru moduri:

- *modus ponens* de la condiție $p \equiv q$

$$\begin{array}{ll} p \equiv q & \\ p & ((p \equiv q) \,\&\, p) \rightarrow q \\ \therefore q & \end{array}$$

- *modus ponens* de la consecință $p \equiv q$

$$\begin{array}{ll} p \equiv q & \\ q & ((p \equiv q) \,\&\, q) \rightarrow p \\ \therefore p & \end{array}$$

- *modus tollens* de la condiție $p \equiv q$

$$\begin{array}{ll} p \equiv q & \\ \overline{p} & ((p \equiv q) \,\&\, \overline{p}) \rightarrow \overline{q} \\ \therefore \overline{q} & \end{array}$$

- *modus tollens* de la consecință $p \equiv q$

$$\begin{array}{ll} p \equiv q & \\ \overline{q} & ((p \equiv q) \,\&\, \overline{q}) \rightarrow \overline{p} \\ \therefore \overline{p} & \end{array}$$

Raționamentele ipotetice mixte dețin un rol important în demonstrație, alcătuind schema principală a procedeelor pentru susținerea sau combaterea unei teze.

Modus ponens oferă mijlocul principal prin care putem susține adevărul unei propoziții. Acest mod arată că adevărul unei aserțiuni trebuie întemeiat pe adevărul unei propoziții antecedente din care derivă.

Modus tollens serveşte la demonstrarea falsității unei teze. În acest scop, se cere să arătăm că din teza respectivă derivă consecințe false.

Exercițiu**:**
Construiți exemple pentru cele două raționamente incorecte şi pentru cele patru moduri ale echivalenței.

4.2.4. Inferențe ipotetico-disjunctive (dileme)

dileme

Inferențele ipotetico-disjunctive sunt acelea în componența cărora intră atât propoziții condiționale, cât şi propoziții disjunctive. Aceste inferențe combină în anumite feluri modurile studiate anterior, rezultând *patru tipuri de dileme.*

Dilemele au trei premise, dintre care două sunt propoziții condiționale, iar una disjunctivă.

Concluzia este fie o propoziție enunțiativă, fie o propoziție disjunctivă: dacă e o propoziție enunțiativă, dilema se numeşte *simplă;* dacă e o propoziție disjunctivă, dilema se numeşte *complexă.* dacă propoziția-concluzie este afirmativă, dilema se numeşte *constructivă;* dacă propoziția-concluzie este negativă, dilema este *distructivă.*

- ***Dilema constructivă simplă***

$p \rightarrow q$

$r \rightarrow q$

$p \vee r$

$\therefore q$

$((p \rightarrow q) \& (r \rightarrow q) \& (p \vee r)) \rightarrow q$

De exemplu,

Dacă citesc lecția, înseamnă că învăț
Dacă-mi fac temele, înseamnă că învăț
Citesc lecția sau îmi fac temele
∴ Învăț.

În cazul acestei dileme, afirmăm în premisa disjunctivă cei doi antecedenți ai premiselor condiționale, pentru a afirma în concluzie secventul prezent în ambele premise condiționale.

- ***Dilema constructivă complexă***

$p \rightarrow q$

$r \rightarrow s$

$p \vee r$

$\therefore q \vee s$

$((p \rightarrow q) \& (r \rightarrow s) \& (p \vee r)) \rightarrow (q \vee s)$

De exemplu,

Dacă citesc lecția, înseamnă că învăț
Dcaă citesc ziarul, înseamnă că mă relaxez
Citesc lecția sau citesc ziarul
∴Învăț sau mă relaxez.

În cazul acestei dileme, afirmăm în premisa disjunctivă ambii antecedenți ai premiselor ipotetice, pentru a afirma în concluzie cei doi secvenți uniți prin disjuncție.

- ***Dilema distructivă simplă***

$\overline{p} \rightarrow \overline{q}$

$p \rightarrow r$

$\overline{q} \vee r \quad ((p \rightarrow q) \& (p \rightarrow r \& (\overline{q} \vee \overline{r})) \rightarrow \overline{p}$

$\therefore p$

De exemplu,

Dacă învăț, obțin note mari
Dacă învăț, am cunoştințe solide

Nu obțin note mari sau nu am cunoştințe solide
$\therefore$ *Nu învăț.*

În cazul acestei dileme, negăm în premisa disjunctivă ambii secvenți din premisele ipotetice, pentru a nega în concluzie antecedentul din premisele ipotetice.

- ***Dilema distructivă complexă***

$$p \rightarrow q$$
$$r \rightarrow s$$
$$\bar{q} \vee \bar{s} \quad ((p \rightarrow q) \,\&\, (r \rightarrow s \,\&\, (\bar{q} \vee \bar{s})) \rightarrow (\bar{p} \vee \bar{r})$$
$$\therefore \bar{p} \vee \bar{r}$$

De exemplu,

Dacă învăț logică, atunci raționez corect
Dacă învăț gramatică, atunci ştiu să scriu corect
Nu raționez corect sau nu scriu corect
$\therefore$*N-am învățat logică sau n-am învățat gramatică.*

În cazul acestei dileme, unim în premisa disjunctivă negațiile celor doi secvenți din premisele condiționale, pentru a uni în concluzie prin disjuncţie negațiile celor doi antecedenți din premisele condiționale.

Dilema, în forme simple sau complexe, este o armă puternică de combatere. Teza adversarului este analizată în toate interpretările posibile, arătându-se că fiecare dintre ele este inacceptabilă.